1.1
Das Schaubild einer ganzrationalen Funktion 4.Grades ist symmetrisch zur y-Achse.
Es hat im Punkt H(-1/3) eine waagrechte Tangente und schneidet die y-Achse bei -4,5.
Bestimmen Sie den Funktionsterm. (6 Punkte)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{12}x^4 + \frac{3}{2}x^2 - 5$, $x \in \mathbb{R}$. Ihr Schaubild ist K_f.

1.2
Geben Sie die Koordinaten der Extrempunkte von K_f an.
Berechnen Sie die exakte Gleichung einer der beiden Wendetangenten.
Zeichnen Sie K_f und diese Wendetangente. (10 Punkte)

1.3
K_f und die x-Achse begrenzen drei Teilflächen.
Bestimmen Sie den Flächeninhalt der größten Teilfläche mit Hilfe einer Stammfunktion.

(4 Punkte)

Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = e^x - 4$, $x \in \mathbb{R}$. Ihr Schaubild ist K_g.

1.4
Die Gerade x = u schneidet für $-4 \le u \le -1$ die beiden Schaubilder K_f und K_g in den Punkten P und Q.
Für welchen Wert von u ist der Abstand der Punkte P und Q maximal ?
Geben Sie den maximalen Abstand an. (4 Punkte)

1.5
Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = a \cdot e^{-x} + b$ mit $a, b, x \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$.
Geben Sie jeweils Werte für a und b an, so dass...

(1)... die Funktion h monoton steigt.
(2)...das Schaubild von h genau durch zwei Quadranten verläuft.
(3)...die Gerade y = 2 waagrechte Asymptote des Schaubildes von h ist.

Gibt es Werte für a und b, für die alle drei Bedingungen (1) bis (3) gleichzeitig erfüllt sind ?
Geben Sie diese Werte gegebenenfalls an.

(6 Punkte)

(30 Punkte)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = e^{0,5x} - 2x - 1,\ x \in \mathbb{R}$. Ihr Schaubild ist K_f.

2.1
Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von K_f mit der x-Achse.
Geben Sie die Gleichung der Asymptote von K_f an.
(3 Punkte)

2.2
Berechnen Sie die exakten Koordinaten des Extrempunktes von K_f.
Zeichnen Sie K_f. (7 Punkte)

2.3
K_f, die x-Achse und die Gerade mit der Gleichung x = 2 schließen eine Fläche ein, die den Punkt P(1/-1) enthält.
Berechnen Sie den exakten Inhalt dieser Fläche. (4 Punkte)

2.4
Der Gerade mit der Gleichung x = u mit $1 \le u \le 4,5$ schneidet K_f im Punkt P und die x-Achse im Punkt Q.
Die Punkte P, Q und R(1/0) sind die Eckpunkte eines Dreiecks.
~~Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks in Abgängigkeit von u.~~
~~Berechnen Sie, für welchen Wert von u der Flächeninhalt maximal wird.~~
~~Geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.~~ (5 Punkte)

ab 2018 z.B.: Geben Sie die vereinfachte Formel für die Berechnung des Flächeninhalts in Abhängigkeit von u an.

Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{2}\sin(2x) - \frac{1}{3}x,\quad x \in \mathbb{R}$

Ihr Schaubild ist K_g.

2.5
Geben Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von K_f und K_g an.
Zeigen Sie, dass sich K_f und K_g in einem ihrer Schnittpunkte senkrecht schneiden.
(5 Punkte)

2.6
Das Schaubild einer trigonometrischen Funktion h hat einen Hochpunkt in $H(0 / \frac{2}{3})$. Der benachbarte Tiefpunkt hat die Koordinaten $T(\frac{\pi}{2} / -\frac{4}{3})$.
Ermitteln Sie einen möglichen Funktionsterm von h.
Welcher Zusammenhang besteht zwischen den Funktionen g und h ?
Begründen Sie mit Hilfe dieses Zusammenhangs, dass g an der Stelle $x = \frac{\pi}{2}$ eine Wendestelle hat. (6 Punkte)

----
30 Punkte

Gegeben sind die Funktionen f und g mit

$f(x)=-\frac{1}{3}x^3+3x$ und $g(x)=4{,}5\cos(\frac{1}{2}x)-1{,}5$, $x\in\mathbb{R}$

Ihre Schaubilder sind K_f und K_g.

3.1

Geben Sie die Koordinaten der Schnittpunkte von K_f mit der x-Achse an.

Untersuchen Sie K_f auf Symmetrie.

Zeichnen Sie K_f. (5 Punkte)

~~3.2~~

~~Zeigen Sie, dass die Gerade mit der Gleichung~~ $\cancel{y=x-\frac{4}{3}}$ ~~die Normale von~~ $\cancel{K_f}$ ~~im Punkt P(-2/f(-2)) ist.~~ entfällt ab 2018 (4 Punkte)

3.3

Bestimmen Sie die ersten beiden Ableitungen von g.

Geben Sie den Wertebereich der ersten Ableitungsfunktion von g an.

3.4

Untersuchen Sie K_g im Intervall $]43\pi;45\pi[$ auf Krümmung.

Bestimmen Sie ein Intervall, in welchem beide Schaubilder K_f und K_g rechtsgekrümmt sind.

(5 Punkte)

3.5

K_f und K_g begrenzen zwei Flächenstücke.

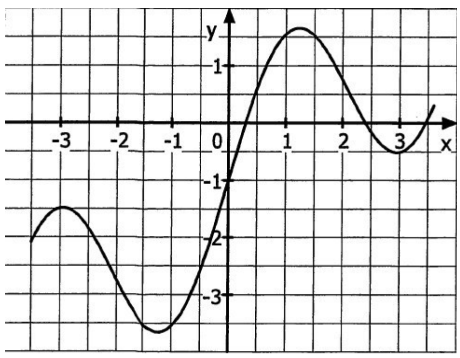
Berechnen Sie die Differenz der Inhalte der beiden Flächenstücke. (5 Punkte)

3.6

Gegeben ist das Schaubild einer Funktion h.

Die folgenden Aussagen beziehen sich auf den gezeichneten Abschnitt.

Begründen Sie, ob sie wahr oder falsch sind.



a) $h(-1)-h(1)>0$

b) Das Schaubild der Ableitungsfunktion besitzt drei Extrempunkte.

c) $\int_{-2}^{2} h(x)dx<0$

d) Das Schaubild einer Stammfunktion von h besitzt genau zwei Punkte mit waagrechter Tangente.

(8 Punkte9

----

30 Punkte